Test : logique, ensembles, récurrence

Beaucoup de réponses sont évidentes, on n'attend pas vraiment de justifications.

1. Écrire la table de vérité de $A \Rightarrow B$.

$[A]_\sigma$	$[B]_\sigma$	$[A \Rightarrow B]_\sigma$

2. Écrire explicitement $\{0,1\} \cup \{1,3\}$
3. Écrire explicitement $\{0,1\} \cap \{1,3\}$
4. Écrire explicitement $\{0,1\} \setminus \{1,3\}$
5. Donner le cardinal de $\{0,1,3\}$.
6. Écrire explicitement $\mathcal{P}(\{0,1,3\})$.
7. Donner le cardinal de $\mathcal{P}(\{0,1,3\})$.
8. Donner à chaque fois un exemple (celui que vous préférez) d'élément de
   (a) $\mathbb{Z} \times \mathbb{R}$
   (b) $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{N})^2$ (Rappel : pour tout ensemble A, la notation A^2 signifie $A \times A$.)
   (c) $\{2017\}^2$
9. On se donne A et B des ensembles quelconques. Les propriétés suivantes sont-elles vraies ?
   (a) $A \cup B = B \cup A$
   (b) $A \setminus B = B \setminus A$
   (c) $\varnothing \in \{1, \{3\}\}$
   (d) $\varnothing \subseteq \{1, \{3\}\}$
10. Montrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \sum_{i=1}^{n}(2i-1) = n^2$$

Rappel : la notation $\sum_{i=1}^{n}(2i-1)$ signifie $(2\times 1-1)+(2\times 2-1)+\cdots+(2\times n-1)$.