

## TD2 : Relations d'ordre et d'équivalence (avec corrigé)

**Exercice 1:**

- (a) Prouvez que la relation sur
- $\mathbb{Z}$

$$a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a - b \text{ est un multiple de } 5$$

est une relation d'équivalence.

- (b) Soit
- $x \in \mathbb{Z}$
- . Déterminer
- $\text{cl}(x)$
- .

**Exercice 2:**

- (a) Prouver que la relation sur
- $\mathbb{Z}$

$$a\mathcal{R}b \Leftrightarrow a + b \text{ est pair}$$

est une relation d'équivalence.

- (b) Soit
- $x \in \mathbb{Z}$
- . Déterminer
- $\text{cl}(x)$
- .

**Exercice 3:**

- (a) Prouver que la relation sur
- $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow ad = cb$$

est une relation d'équivalence.

- (b) Soit
- $(a, b) \in \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^*$
- . Déterminer
- $\text{cl}((a, b))$
- .

**Exercice 4:**

- (a) Prouver que la relation sur
- $\mathbb{R}$

$$a\mathcal{R}b \Leftrightarrow |a| = |b|$$

est une relation d'équivalence.

- (b) Soit
- $x \in \mathbb{R}$
- . Déterminer
- $\text{cl}(x)$
- .

**Exercice 5:**

Prouver que la relation sur  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$

$$(a, b)\mathcal{R}(c, d) \Leftrightarrow a \leq c \text{ et } b \leq d$$

est une relation d'ordre.

**Exercice 6:**

Soit  $E$  un ensemble fini. Prouver que la relation sur  $\mathcal{P}(E)$

$$x\mathcal{R}y \Leftrightarrow x \subseteq y$$

est une relation d'ordre.